

### Katı cisim hareketi yapan akışkanlar

**Soru:** 40cm çapında ve 90cm yüksekliğindeki düşey silindirik tank 60cm yüksekliğine kadar suyla doludur. Tanktan suyun taşmaması istenildiğine göre tankın maksimum dönme açısı devir/dakika cinsinden bulunuz?

**Çözüm:**

$$\frac{w^2 R^2}{2g} = h \Rightarrow \frac{w^2 * 0.4^2}{2 * 9.81} = 60$$

$$w = 85.77 \text{ rad/s} \Rightarrow n = 819.1 \text{ dev/dk}$$

$$z = h_0 - \frac{w^2}{4g} (R^2 - 2r^2)$$

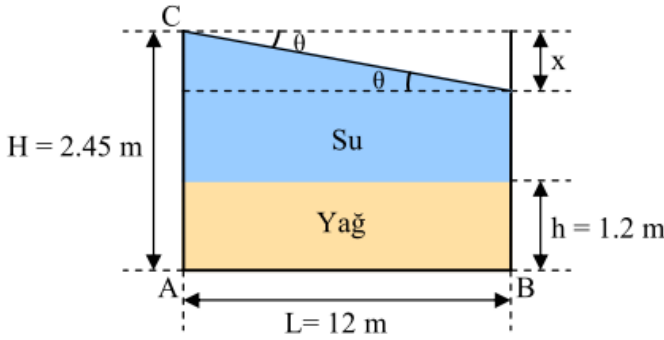
$$\text{veya } 90 = 60 - \frac{w^2}{4g} (0.4^2 - 2 * 0.4^2)$$

$$w = 85.77 \text{ rad/s} \Rightarrow n = 819.1 \text{ dev/dk}$$

**Soru:** Şekilde görüldüğü gibi dikdörtgen prizma vagon h yüksekliğine kadar yağ ile, tamamen açık olan üst yüzeye kadar su ile doldurulmuştur. Vagon sabit bir ivme ile hareket ederken suyun 1/3'ü dökülmektedir.

a) İvmeyi bulunuz?

b) A ve B noktalarındaki basınçları hesaplayınız? ( $\rho_b = 1,6$ ,  $\rho_{su} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) c: derinlik



**Çözüm:**

$$\text{a) Dökülen su hacmi} = \frac{\text{Toplam su hacmi}}{3}$$

$$\frac{x \cdot L}{2} \cdot c = \frac{(H - h)}{3} \cdot c \Rightarrow x = \frac{2}{3} \cdot (H - h) \Rightarrow x = 0.83 \text{ m}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{x}{L} = \frac{b}{L} \Rightarrow b = \frac{x \cdot g}{L} = \frac{0.83 \cdot 9.81}{12} \Rightarrow b = 0.68 \text{ m/s}^2$$

b) A noktasındaki basınç,

$$P_A = \rho_s \cdot g \cdot (H - h) + \rho_y \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9.81 \cdot (2.45 - 1.2) + 1.6 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.2$$

$$P_A = 31097.7 \text{ N/m}^2$$

B noktasındaki basınç,

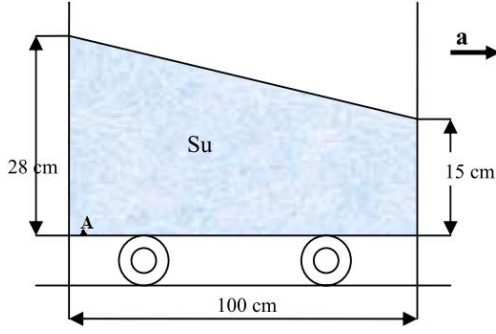
$$P_B = \rho_s \cdot g \cdot [(H - h) - x] + \rho_y \cdot g \cdot h = 9810 \cdot [(2.45 - 1.2) - 0.83] + 1.6 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.2$$

$$P_B = 22955.4 \text{ N/m}^2$$

**Soru:** Şekildeki sıvı tankı katı cisim hareketi yapan sıvı ile sağa doğru ivmelenmektedir.

a) İvme değerini hesaplayınız,

b) Akışkan su olduğuna göre A noktasındaki etkin basıncı hesaplayınız.



$$\tan \theta = \frac{a_x}{g} = \frac{28-15}{100} = 0,13$$

a)  $\frac{a_x}{9,81} = 0,13$

$$a_x = 1,28 \text{ m/s}^2$$

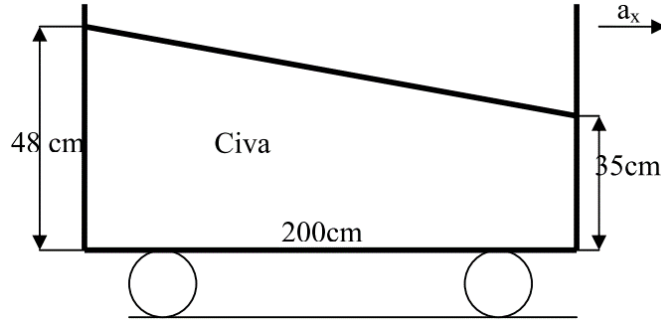
b)  $P_a = \rho_{su} \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,28$

$$P_a = 2746,8 \text{ N/m}^2$$

**Soru:** Şekildeki sıvı tankı katı cisim hareketi yapan sıvı ile sağa doğru ivmelenmektedir.

a)  $a_{x,i}$   $\text{m/s}^2$  biriminden hesaplayınız?

b) Akışkan 20 °C civa ise A noktasındaki etkin basıncı belirleyiniz? ( $\rho_{civa} = 13600 \text{ kg/m}^3$ )



a-)

$$\tan \theta = \frac{a_x}{g} \frac{48-35}{200} = 0,065$$

$$\theta = 3,719$$

$$a_x = g \cdot 0,065$$

$$a_x = 0,6377 \text{ m/s}^2$$

b-)

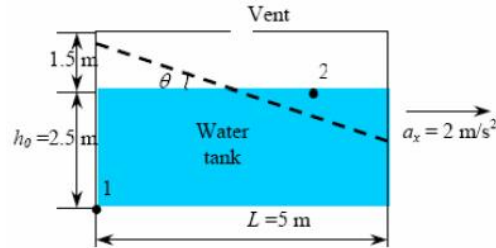
$$P_A = \rho_{civa} \cdot g \cdot \Delta z + \rho_{civa} \cdot a_x \cdot \Delta x$$

$$P_A = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,35 + 13600 \cdot 0,6377 \cdot 2$$

$$P_A = 46695,6 + 17345,44$$

$$P_A = 64041,04 \text{ Pa}$$

**Soru:** 5 m uzunluğunda, 4 m yüksekliğinde ve 2.5 m derinliğindeki tank üst orta noktasından atmosfere açıktır.  $2 \text{ m/s}^2$  lik ivme ile hareket eden tanktaki maksimum basıncı hesaplayınız?



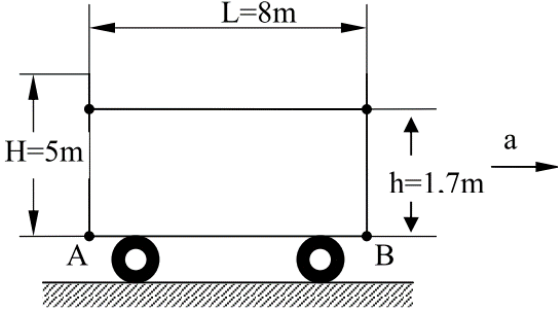
$$\tan \theta = \frac{a_x}{g + a_z} = \frac{2}{9.81 + 0} = 0.2039 \quad (\text{and thus } \theta = 11.5^\circ)$$

$$\Delta z_{\max} = (L/2) \tan \theta = [(5 \text{ m})/2] \times 0.2039 = 0.510 \text{ m}$$

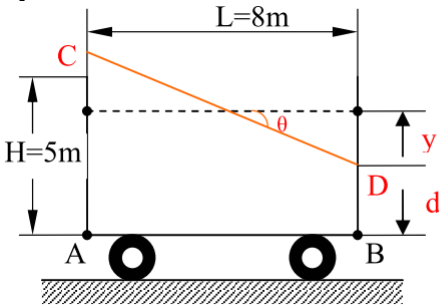
$$h_{\max} = h_0 + \Delta z_{\max} = 2.50 + 0.510 = 3.01 \text{ m}$$

$$P_{\max} = P_1 = \rho g h_{\max} = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(3.01 \text{ m}) \left( \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 29.5 \text{ kN/m}^2 = 29.5 \text{ kPa}$$

**Soru:** Boyutları 8m x 5m x 3m olan, dikdörtgen kesitli bir depoda su seviyesi 1,7 m'dir. Buna göre;  
a) Tank uzunluğu yönünde yatay lineer ivme 3,54 m/s<sup>2</sup> olduğunda, her iki alana etkiyen suyun doğurduğu toplam kuvveti bulunuz?  
b) Deponun tamamen su ile dolu olması durumunda ve uzunluğu yönünde 1,7 m/s<sup>2</sup> ivmeli olması durumunda, kaç m<sup>3</sup> suyun boşaldığını hesaplayınız?



a)



$$\tan \theta = \frac{a}{g} = \frac{3,54}{9,81} = 0,36$$

$$\tan \theta = 19,8^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{y}{L/2} \Rightarrow y = \tan \theta \cdot \frac{L}{2}$$

$$d = h - y \Rightarrow 1,7 - \tan \theta \cdot 4 = 0,3m$$

$$d = 0,3m$$

$$y = 1,4m$$

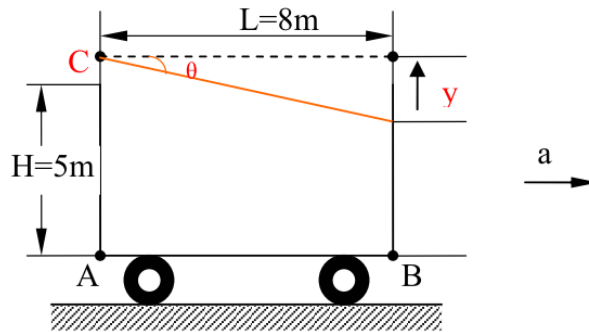
$$h_{AC} = h + y = 3,1m$$

$$h_{BD} = h - y = 0,3m$$

$$F_{AC} = \rho \cdot g \cdot h_{AC} \cdot A = 9,81 \cdot 1000 \cdot 3,1 / 2 \cdot (3,1 \cdot 3) = 141411,15N$$

$$F_{BD} = \rho \cdot g \cdot h_{BD} \cdot A = 9,81 \cdot 1000 \cdot 0,3 / 2 \cdot (0,3 \cdot 3) = 927,04N$$

b)



$$\tan \theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{1,7}{9,81} = 0,173$$

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \Rightarrow y = 8 \cdot \tan \theta = 1,38m$$

$$\text{Dökülen Hacim} = d \cdot y \cdot L \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow 3 \cdot 1,38 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 16,56m^3$$

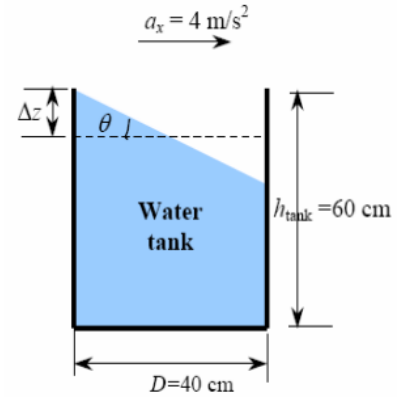
(d=derinlik)

**Soru:** 60 cm yüksekliğinde ve 40 cm çapındaki silindirik su tankı, düz bir yolda taşınmaktadır. Suyun tanktan dökülmemesi için izin verilebilen maksimum ivmenin 4 m/s<sup>2</sup> kabulüyle başlangıçta tanktaki su seviyesini bulunuz?

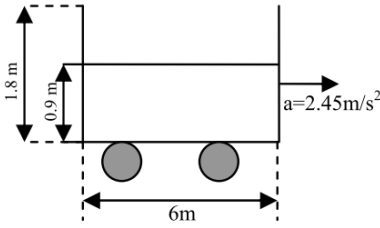
$$\tan \theta = \frac{a_x}{g} = \frac{4}{9,81} = 0,4077 \quad (\theta = 22,2^\circ)$$

$$\tan \theta = \frac{\Delta z}{D/2} \Rightarrow \Delta z = \tan \theta \cdot \frac{D}{2} = 0,4077 \cdot \frac{0,40}{2} = 0,082 \text{ m} = 8,2 \text{ cm}$$

$$h_{\text{su}} = h_{\text{tank}} - \Delta z = 60 - 8,2 = 51,8 \text{ cm}$$



2- Boyutları 6x1.8x2.1 olan dikdörtgen kesitli bir depoda su seviyesi 0.9 m'dir. Tank uzunluğu yönünde yatay ivme 2.45m/s<sup>2</sup> olduğuna göre deponun yan duvarlarındaki su yüksekliklerini bulunuz.



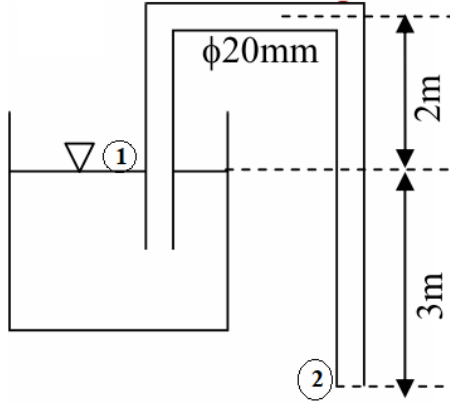
$$\tan \theta = \frac{a}{g} = \frac{2,45}{9,81} \Rightarrow \theta = 14,02 \quad \text{Sol duvardaki su yüksekliği } h_{\text{sol}}$$

$$\tan 14,02 = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 0,749 \text{ m} \Rightarrow h_{\text{sol}} = 0,9 + 0,749$$

$$h_{\text{sol}} = 1,65 \text{ m}, \quad \text{Sağ duvardaki su derinliği} \quad h_{\text{sag}} = 0,9 - 0,749 = 0,15 \text{ m}$$

## Bernoulli örnek sorular

**Soru:** Şekilde gösterilen su haznesinden sifonlama yoluyla su çekilmektedir, burada sifonun debisini bulunuz? (Akışın sürtünmesiz olduğunu kabul ediniz)



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

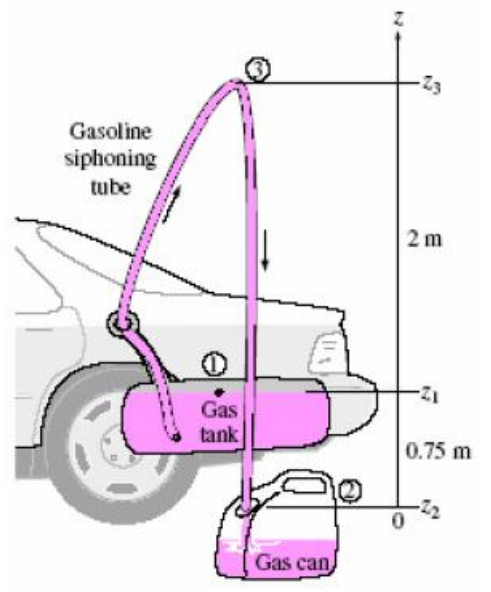
$$P_1 = P_2 = P_{atm}, \quad V_1 \cong 0, \quad z_2 = 0$$

$$z_1 = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow 3 = \frac{V_2^2}{2 * 9.81} \Rightarrow V_2 = 7.67 \text{ m/s}$$

$$Q = VA = 7.67 * \frac{\pi * 0.02^2}{4} = 0.00241 \text{ m}^3 / \text{s}$$

**Soru:** Şekildeki sistemde arabanın yakıt deposundan bir miktar benzin alınmak istenmektedir. Kullanılan tüp çapı 4 mm olduğuna ve kayıpların ihmal edilmesi durumunda;  
a) Tanktan gaz bidonuna 4 L benzinin çekilebilmesi için minimum geçen süreyi,  
b) 3 noktasındaki basıncı hesaplayınız.

(Gazın yoğunluğu,  $750 \text{ kg/m}^3$ , Atmosfer basıncı ise  $101.3 \text{ kPa}$  alınacaktır)



a-

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow z_1 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)(0.75 \text{ m})} = 3.84 \text{ m/s}$$

$$A = \pi D^2/4 = \pi(5 \times 10^{-3} \text{ m})^2/4 = 1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\dot{V} = V_2 A = (3.84 \text{ m/s})(1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2) = 7.53 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} = 0.0753 \text{ L/s}$$

$$\Delta t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{4 \text{ L}}{0.0753 \text{ L/s}} = 53.1 \text{ s}$$

b-

$$P_2 = P_{atm}$$

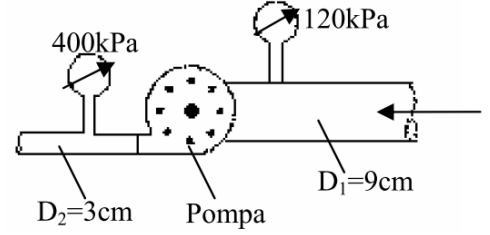
$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 \rightarrow \frac{P_{atm}}{\rho g} = \frac{P_3}{\rho g} + z_3$$

$$P_3 = P_{atm} - \rho g z_3$$

$$= 101.3 \text{ kPa} - (750 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(2.75 \text{ m}) \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left( \frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right)$$

$$= 81.1 \text{ kPa}$$

10. Şekildeki pompa yoğunluğu  $1000\text{kg/m}^3$  olan suyu  $57\text{ m}^3/\text{saat}$  debi ile basmak için  $10\text{ kW}$  elektrik gücü harcamaktadır. Kayıplar ihmal edilerek, pompa tarafından suya aktarılan gücü ve pompa-motor grubunun toplam verimini bulunuz.



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_f = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$h_f = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = 57\text{ m}^3 / \text{saat} = 0.01583\text{ m}^3 / \text{s}$$

$$V_1 = 2.48\text{ m/s} \quad V_2 = 22.4\text{ m/s} \quad h_f = \frac{400000 - 120000}{9810} + \frac{22.4^2 - 2.48^2}{2 * 9.81} = 53.8\text{ m}$$

$$W = \rho * g * Q * h_f = 1000 * 0.01583 * 53.8 = 8.35\text{ kW}$$

$$\eta_{pompa-motor} = \frac{W_{akt}}{W_{gir}} = \frac{8.35}{10} = 83.5\%$$