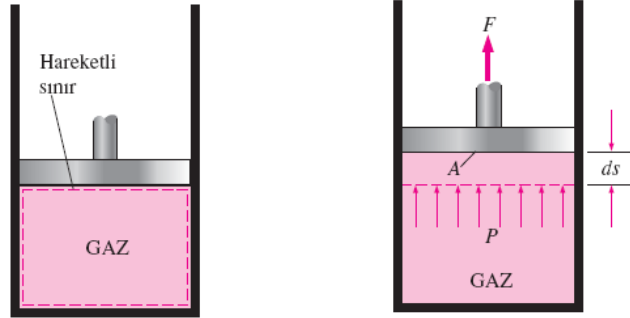


BÖLÜM 4 KAPALI SİSTEMLERİN ENERJİ ANALİZİ

Hareketli sınır işi ($P.dV$ işi): Bir gazın piston-silindir düzeneğinde genişlemesi veya sıkıştırılması sırasında gerçekleşir



Hareketli sınırla ilişkili iş *sınır işi* diye adlandırılır

W_s pozitif → Genişleme için

W_s negatif → Sıkıştırma için

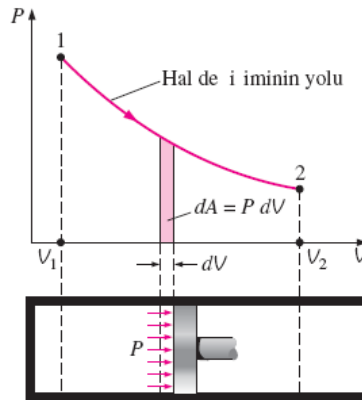
Uygulamalarda bir gazın piston – silindir düzeneğinde genişlemesi veya sıkıştırılması prosesleri ile çok sık karşılaşılır. Bu işlem sırasında sınırın bir bölümü (pistonun iç yüzü) ileri – geri yönlerde hareket eder. Bu işlem sırasında pistonun genişleme veya sıkıştırma sırasında yaptığı iş hareketli sınır işi veya sadece sınır işi diye adlandırılır. Başlangıçta gazın basıncı P (mutlak basınç) ve pistonun kesit alanı A olmak üzere piston sanki- dengeli bir biçimde iterek ds *diferansiyel* miktarda hareket ettirirken δW_s miktarda iş yapar.

$$\delta W_s = F.ds = P.A.ds = P.dV$$

Hal değişimi sırasında, piston hareket ederken yapılan toplam sınır işi, ilk “1” ve son haller “2” arasında yapılan diferansiyel işlerin toplamıdır;

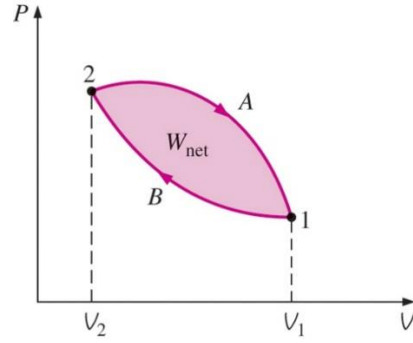
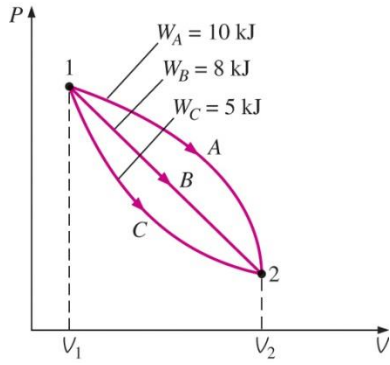
$$W_s = \int_1^2 P.dV \quad (kJ)$$

Bu denklemde P mutlak basıncı gösterir ve her zaman pozitifdir. Ancak hacim değişimi dV genişleme sırasında pozitif, sıkıştırma sırasında ise negatif değer alır. Dolayısıyla sınır işi genişleme sırasında pozitif ve sıkıştırma işlemi sırasında ise negatif değerler olacaktır. Bazı durumlarda sistemin hacim değişimi yerine başlangıç ve son hallerdeki özgül hacimlerden faydalanarak yapılan basınç işi aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir.



P-V diyagramında hal değişimi eğrisi altında kalan alan işi gösterir.

$$Alan = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 P.dV$$

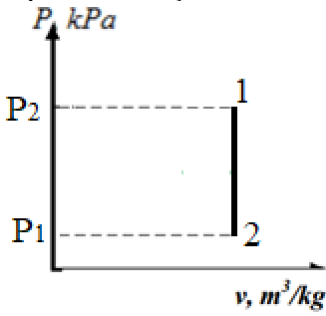


- Bir hal değişimi sırasında yapılan sınır işi, ilk ve son hallerle hal değişiminin yoluna bağlıdır.
- Bir çevrim sırasında yapılan net iş, sistem tarafından yapılan işle sistem üzerinde yapılan iş arasındaki farktır.

Eğer iş hal değişimine bağımlı bir fonksiyon olmasaydı, otomobil motorları, güç santralleri gibi termodinamik çevrimi gerçekleştirerek çalışan sistemler üretilmezlerdi. Çevrimin bir bölümünde üretilen iş, çevrimin tamamlanması sırasında tüketilirdi. Bir çevrimin net iş üretebilmesi için genişleme sırasında sistem tarafından yapılan işin (A eğrisi altında kalan alan) sıkıştırma sırasında sistem üzerine yapılan işten (B eğrisi altında kalan alan) büyük olması gerekir (Şekil). İki eğri arasında kalan alan (taralı alan) net iş, W_{net} olarak hesaplanır.

a) Sabit hacimde bir hal değişimlerinde sınır işi

Yapılan sınır işi her zaman sıfırdır.



$$W = \int_1^2 P.dV = 0 \quad (dV = 0 \text{ olduğundan})$$

$$V_1 = V_2 = V = \text{sabit}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Sabit hacim hal değişiminde entropi değişimi;

$$V_1 = V_2 = V = \text{sabit} \quad dV = 0$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ve} \quad du = cv \cdot dt \text{ olduğundan,}$$

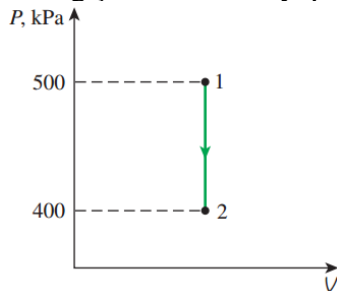
$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{du + P.dV}{T} = \int_1^2 \frac{du}{T} = \int_1^2 \frac{c_v \cdot dT}{T}$$

$$\Delta S_{12} = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Örnek: Sabit hacimli kapalı bir kaptaki, 500 kPa basınç ve 150°C sıcaklıkta hava bulunmaktadır.

Çevreye olan ısı geçişi sonunda kap içindeki sıcaklık ve basınç sırasıyla 65 °C ve 400 kPa olmaktadır.

Bu hal değişimi sırasında yapılan sınır işini hesaplayalım?

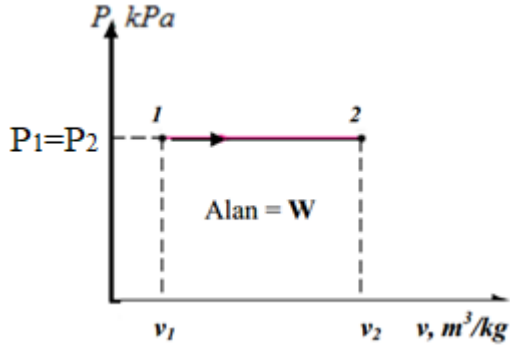


$$W = \int_1^2 P.dV = 0 \quad (dV = 0 \text{ olduğundan})$$

Tartışma: Bu beklenen bir sonuçtur, çünkü kap sabit hacimli olduğundan bu denklemde $dV = 0$. Bu nedenle hal değişimi sırasında sınır işi yapılmamaktadır. Sabit hacimde bir hal değişimi sırasında sınır işi her zaman sıfırdır. Bu durum hal değişiminin P-V diyagramından da açıkça görülmektedir, çünkü hal değişimi eğrisi altında kalan alan sıfırdır.

b) Sabit basınç bir hal değişimi

Yapılan iş P-v diyagramında eğri altında kalan alana eşittir.



$$W = \int_1^2 P \cdot dV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

$$W = m \cdot P(v_2 - v_1)$$

Sabit basınç hal değişimlerinde akışkan ideal gaz ise;

$$P_1 = P_2 = P = \text{sabit}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Sabit basınç hal değişimlerinde entropi değişimi:

$$P_1 = P_2 = P = \text{sabit} \quad dP = 0$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dh - V \cdot dP}{T}$$

Burada;

$$Q - W_s - W_d = \Delta U$$

$$Q + W_d = (U_2 - U_1) + P \cdot (V_2 - V_1)$$

$$Q = (h_2 - h_1) - V \cdot dP \rightarrow \delta q = dh - V \cdot dP \text{ ve } dh = c_p \cdot dT$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dh}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Örnek: Sürtünmesiz bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 400 kPa ve 200°C sıcaklıkta 5 kg su buharı bulunmaktadır. Daha sonra buharı ısı geçişi olmakta ve sıcaklığı 250°C'ye yükselmektedir. Pistonun serbest hareket edebildiğini ve kütlelerinin sabit olduğunu kabul ederek, buhar tarafından yapılan işi hesaplayınız?

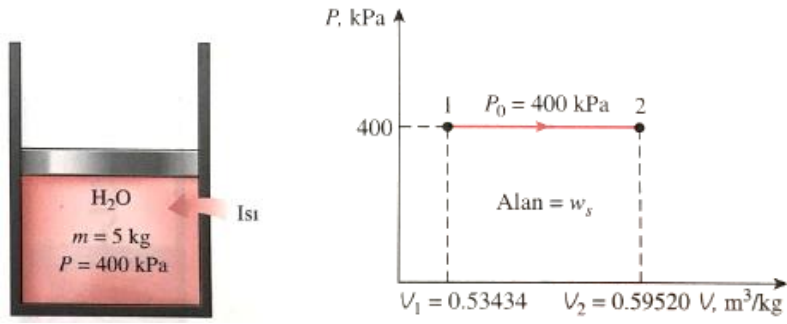
Çözüm: Piston silindir düzeneğindeki su buharı sabit basınçta ısıtılmakta ve sıcaklığı artmaktadır. Yapılan sınır işi elde edilebilir. Sistemin genel çizimi ve hal değişiminin P-v diyagramı şekilde gösterilmiştir. Termodinamik tablolarda Tablo A-6'dan; P=400 kPa basınçta, 200 °C için $v_1=0,53434 \text{ m}^3/\text{kg}$, 250 °C için $P_2=0,59520 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$W_s = \int_1^2 P \cdot dV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

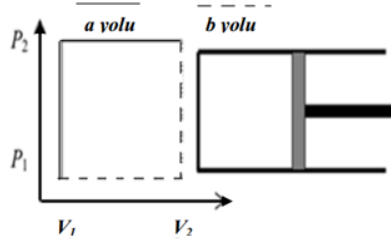
$$W_s = m \cdot P(v_2 - v_1)$$

$$W_s = 5.400(0,59520 - 0,53434)$$

$$W_s = 122 \text{ kJ}$$



Örnek: İçinde gaz bulunan bir piston silindir düzeneğine şekildeki gibi iki farklı yol (a ve b yolu) izlenerek P_1, V_1 ilk halinden P_2, V_2 son haline gelindiğinde yapılacak olan işlerin eşit olup olmadığını gösteriniz?



Çözüm:

(a) yolundan yapılan iş için, sabit hacimden sonra sabit basınç prosesi dikkate alınır.

$$W_a = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 P.\Delta V + \int_1^2 P.dV = 0 + P_2(V_2 - V_1)$$

$$W_a = P_2(V_2 - V_1)$$

(b) yolundan yapılan iş için, önce sabit basınç sonra sabit hacim prosesi dikkate alınır.

$$W_b = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 P.dV + \int_1^2 P.\Delta V = P_1(V_2 - V_1) + 0$$

$$W_b = P_1(V_2 - V_1)$$

Sonuç $P_1 \neq P_2$ olduğundan yapılan işler birbirlerinden farklıdır ($W_1 \neq W_2$)

c) Sabit sıcaklık hal değişimi:

Sabit sıcaklık hal değişiminde $P.V^n=C$ ve $n=1$ olarak hal değişimi gerçekleşir.

$$P.V = m.R.T = \text{sabit ve } P_1.V_1 = P_2.V_2 = P.V = C$$

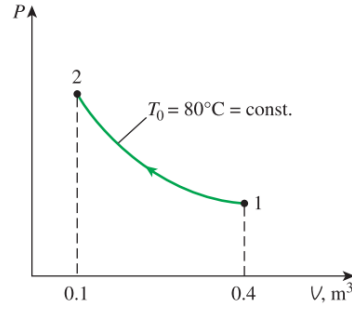
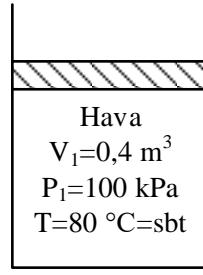
$$P = \frac{C}{V} \text{ burada } C \text{ sabittir.}$$

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 \frac{C}{V}.dV = C \int_1^2 \frac{dV}{V} = C \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_s = P_1.V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2.V_2 \ln \frac{P_1}{P_2} = m.R.T \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Burada $P_1.V_1$ yerine $P_2.V_2$ veya $(m.R.T)$ yazılabilir.

Ayrıca V_2 / V_1 yerine P_1 / P_2 yazılabilir.



Sabit sıcaklıkta entropi değişimi

$$T_1 = T_2 = T = \text{sabit} \quad dT = 0$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q$$

Burada;

$$du = cv \cdot dt \text{ ile } du = 0$$

$$ds = \frac{du + P \cdot dV}{T} \rightarrow ds = \frac{P \cdot dV}{T} \text{ ve } P \cdot v = R \cdot T \text{ ile } \frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$\int_1^2 ds = R \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v} \rightarrow \Delta S_{12} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Örnek: İçerisinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 80 °C sıcaklıkta 0,4 m³ hava bulunan sürtünmesiz bir piston - silindir düzeneği sabit sıcaklıkta 0,1 m³ oluncaya kadar sıkıştırılmaktadır. Bu işlem sırasında yapılan işi hesaplayınız.

Çözüm: Verilen koşullarda hava ideal gaz gibi düşünülerek işlem yapılır.

$$W_s = P_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 100 \cdot 0,4 \ln \frac{0,1}{0,4} = -55,45 \text{ J}$$

Sonucun sayısal değerinin negatif olması, sistem üzerinde iş yapıldığını gösterir, sıkıştırma işlemi proseslerinde yapılan iş her zaman negatiftir.

d) Politropik Hal Değişimi

Gerçek gazların genişleme ve sıkıştırma işlemlerinde, basınç ve hacim ilişkisi aşağıdaki denklemlerle verilir. Eğer hal değişimi esnasında $1 > n > k$ durumu varsa hal değişimi adyabatiktir.

$$P \cdot V^n = C \rightarrow P = C \cdot V^{-n}$$

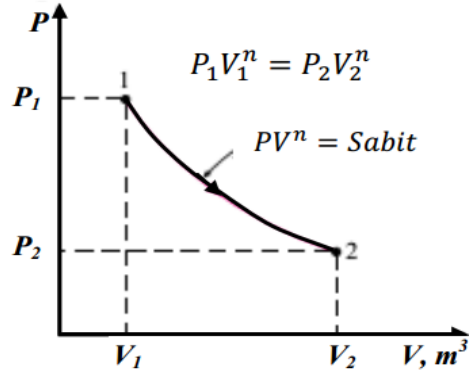
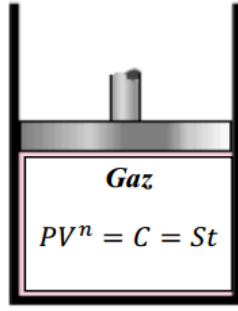
Burada n ve C birer sabittir. Bu tür bir hal değişimi politropik hal değişimi olarak adlandırılır. İki farklı hal için;

$$P_1 \cdot V_1^n = P_2 \cdot V_2^n = C \text{ olmak üzere bu durumda hareketli sınır işi};$$

$$W_s = \int_1^2 P \cdot dV = \int_1^2 C \cdot V^{-n} \cdot dV = C \left(\frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} \right) = \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1-n}$$

ideal gazlar için $P \cdot v = m \cdot R \cdot T$ olduğundan W_s için aşağıdaki eşitlik yazılabilir :

$$W_s = \frac{m \cdot R \cdot (T_2 - T_1)}{1-n} \quad (\text{kJ}) \quad (n \neq 1)$$



Politropik hal değişiminde entropi değişimi:

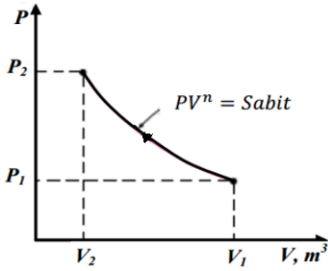
$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$

$$ds = \frac{du + p.dV}{T} = \frac{dh - V.dP}{T} \rightarrow du = c_v.dT, dh = c_p.dT \text{ ve } \frac{P}{T} = \frac{R}{V}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{R}{V} \rightarrow \Delta S_{12} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Örnek: Sürtünmesiz bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 300 K sıcaklıkta 2 kg azot gazı bulunmaktadır. Azot gazı daha sonra $P.V^{1,4} = \text{sabit}$, olacak şekilde sıcaklığı 360 K oluncaya kadar sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan işi hesaplayınız.

Çözüm: Hal değişiminin sanki-dengeli ve azot gazının ideal gaz olduğu kabul edilerek çözümlenebilir. İdeal gazlar için $P.v = m.R.T$ olduğundan aşağıdaki eşitlik yazılabilir,



$$W_s = \frac{m.R.(T_2 - T_1)}{1 - n} = \frac{2.0,2968(360 - 300)}{1 - 1,4}$$

$$W_s = -89 \text{ kJ}$$

Sınır işinin negatif işareti dışarıdan sistem üzerine iş yapıldığını gösterir.

e) Adyabatik hal değişimi

Gerçek gazların genişleme ve sıkıştırma işlemlerinde, basınç ve hacim ilişkisi aşağıdaki denklemlerle verilir. Eğer hal değişimi esnasında $n=k$ ise hal değişimi adyabatiktir.

$$P.V^k = C \rightarrow P = C.V^{-k}$$

Burada k ve C birer sabittir. Bu tür bir hal değişimi politropik hal değişimi olarak adlandırılır. İki farklı hal için;

$$P_1.V_1^k = P_2.V_2^k = C \text{ olmak üzere bu durumda hareketli sınır işi;}$$

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 C.V^{-k}.dV = C \left(\frac{V_2^{-k+1} - V_1^{-k+1}}{-k+1} \right) = \frac{P_2.V_2 - P_1.V_1}{1-k}$$

ideal gazlar için $P.v = m.R.T$ olduğundan W_s için aşağıdaki eşitlik yazılabilir :

$$W_s = \frac{m.R.(T_2 - T_1)}{1-k} \quad (\text{kJ}) \quad (n=k)$$

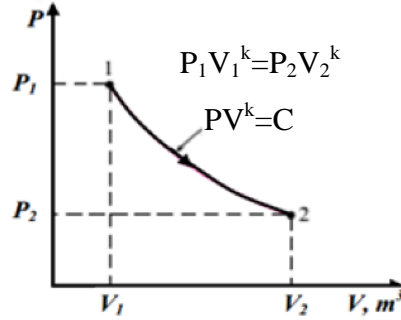
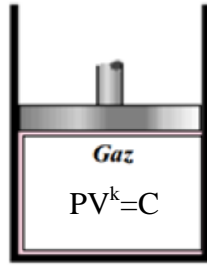
$$P_1 \cdot V_1^k = P_2 \cdot V_2^k \rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} \text{ ve } V_2 = \frac{mRT_2}{P_2}$$

$$P_1 \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right)^k = P_2 \left(\frac{mRT_2}{P_2} \right)^k \rightarrow P_1 \left(\frac{T_1}{P_1} \right)^k = P_2 \left(\frac{T_2}{P_2} \right)^k$$

$$P_1^{1-k} T_1^k = P_2^{1-k} T_2^k \rightarrow \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1-k} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$P_1 \cdot V_1^k = P_2 \cdot V_2^k$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k \text{ veya sıcaklık ve hacim arasında } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1}$$

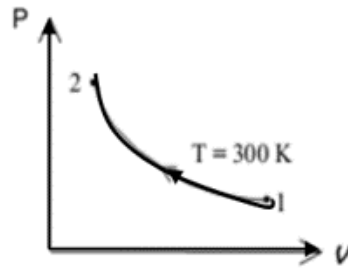


Adyabatik hal değişiminde entropi değişimi:

$$ds = \frac{\delta q}{T} = 0 \rightarrow s_1 = s_2 \rightarrow \Delta S_{12} = s_1 - s_2 = 0$$

Örnek: Başlangıçta 300 K sıcaklık ve 150 kPa basınçta bulunan 0,2 m³ hacimli bir silindirde bulunan azot gazı sabit sıcaklıkta yapılan bir hal değişimiyle 800 kPa basınca sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan sınır işini hesaplayınız?

Çözüm: Prosesin sanki-dengeli ve azotun ideal gaz gibi davrandığı kabul edilerek çözüme başlanır. Buna göre,



$$W_s = \int_1^2 P \cdot dV = P_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2 \cdot V_2 \ln \frac{P_1}{P_2} = 150 \cdot 0,2 \ln \left(\frac{150}{800} \right)$$

$$W_s = -50,2 \text{ kJ}$$

Sınır işinin negatif işaretli çıkması dışarıdan sistem üzerine iş yapıldığını göstermektedir.

Kapalı sistemler için enerji dengesi

Hal değişimi gerçekleştiren herhangi bir sistem için enerji dengesi.

$$\underbrace{E_{giren} - E_{çıkan}}_{\text{ısı, iş ve kütle ile net enerji transferi}} = \underbrace{\Delta E_{sistem}}_{\text{iç enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerdeki değişim}} \quad (kJ)$$

Birim zaman için yazılırsa;

$$\underbrace{\dot{E}_{giren} - \dot{E}_{çıkan}}_{\text{ısı, iş ve kütle ile net enerji transferi}} = \underbrace{\frac{\Delta E_{sistem}}{dt}}_{\text{iç enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerdeki değişim}} \quad (kW)$$

$$Q - W_d - W_s = \Delta E$$

Birim kütle için;

$$q - w = \Delta e \quad (kJ / kg)$$

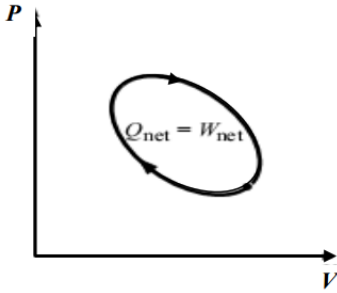
Birim zaman için;

$$\dot{Q} - \dot{W} = dE / dt \quad (kW)$$

Diferansiyel form için;

$$\delta Q - \delta W = dE \quad (kJ)$$

Çevrimi oluşturan bir hal değişimi için ilk ve son haller aynı olduğundan $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$ olur. Buna göre bir çevrim için birinci yasa, $Q - W = 0$ veya $Q = W$ olur. Bir çevrim için toplam enerji değişimi sıfırdır.



Özgül Isılar

Maddelerin enerji depolama yeteneğinin bir ölçüsü olan özgül ısı (c), bir maddenin birim kütle için sıcaklığını bir derece artırmak için gerekli enerjidir. Sabit hacimdeki özgül ısı c_v ve sabit basınçta özgül ısı c_p şeklinde gösterilir.

Sabit hacimdeki özgül ısı, c_v , maddenin birim kütle için sıcaklığını sabit hacimde bir derece yükseltmek için gerekli enerji diye tanımlanır. Aynı işlemi sabit basınçta yapmak için gerekli enerji de sabit basınçta özgül ısıdır, c_p . Sistem sabit basınçta genişlerken, yaptığı iş için fazladan bir miktar enerji gerekli olduğundan, sabit basınçtaki özgül ısı, sabit hacimdeki özgül ısıdan her zaman büyüktür ($c_p > c_v$).

Sabit hacimde hal değişiminin olduğu hareketsiz kapalı bir sistem için sınır işi sıfır olur ve birinci yasanın diferansiyel hali aşağıdaki gibi yazılır;

$$\left. \begin{aligned} h &= u + Pv \\ Pv &= RT \end{aligned} \right\} h = u + RT$$

Bu eşitliğin sol tarafı, sisteme iş veya ısı olarak giren enerji miktarıdır ve c_v 'nin tanımına göre bu enerji $c_v \cdot dT$ 'ye eşit olacaktır. Sabit hacimdeki özgül ısı, c_v ,

$$Q - W = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$q = u_2 - u_1 \rightarrow du = u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

$$du = c_v(T_2 - T_1) \rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

Benzer şekilde, sabit basınçlı bir sistemde, birim kütle için sınır işi, W_s , denkleme eklenir. Bu durumda sabit basınçta özgül ısı, c_p , aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$dh = c_p \cdot dT \rightarrow c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

$$Q - W = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

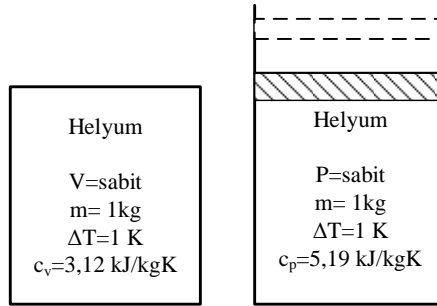
$$q - P(v_2 - v_1) = u_2 - u_1$$

$$q = (u_2 + P_2 v_2) - (u_1 + P_2 v_2)$$

$$q = h_2 - h_1$$

Eşitliklerde c_v 'nin iç enerji ile, c_p 'nin ise entalpi ile ilişkili olduğu görülmektedir. Buna göre, c_v "bir maddenin sıcaklığı sabit hacimde bir derece değişirken özgül iç enerjisinde meydana gelen değişim" c_p ; "bir maddenin sıcaklığı sabit basınçta bir derece değişirken özgül entalpisinde meydana gelen değişim" şeklinde daha anlamlı bir şekilde tanımlanabilir.

Denklemlerine göre, c_p ve c_v değerlerinin özellik bağıntıları olduğu ve bu büyüklüklerin hal değişiminin türünden bağımsız olduğunu göstermektedir. Bir maddenin hem içi enerjisi ve hem de entalpisini değişik biçimlerde enerji geçişi ile değiştirebilir. Isı geçişinde olduğu gibi, enerji geçişinin yalnızca ısı geçişiyle olduğunu hatta enerjinin ısı olarak depolandığını çağrıştıran özgül ısı yerine özgül enerji kavramının kullanılması daha doğru olacaktır.



ideal gazlarda;

$$h = u + RT, \quad du = c_v dT \quad \text{ve} \quad dh = c_p dT$$

$$c_p dT = c_v dT + RT \rightarrow c_p = c_v + R$$

$$R = c_p - c_v \quad \text{ve} \quad k = \frac{c_p}{c_v}$$

Ayrıca;

$$c_p = k \cdot c_v \quad \text{ve} \quad R = c_p - c_v \quad \text{ise,}$$

$$R = k \cdot c_v - c_v \rightarrow R = c_v (k - 1) \rightarrow c_v = \frac{R}{k - 1}$$

$$c_p = k \cdot c_v \rightarrow c_p = k \frac{R}{k - 1} \rightarrow c_p \cdot k - c_p = k \cdot R \rightarrow c_p = \frac{k \cdot R}{k - 1}$$

4. Bölüm Çözümlü Sorular

Soru 4.1: Kapalı bir kaptaki başlangıçta 100 kPa basınç ve 17 °C sıcaklıkta hava sabit entropide 5 bar basınca kadar sıkıştırılıyor sonra sabit hacimde 1,5 MPa basınca kadar ısıtılmaktadır. Buna göre her bir işlem için yapılan özgül işi, ısı transferini ve entropi değişimini bulunuz? ($k=1,4$; $R=0,287$ kJ/kgK)

Çözüm 4.1:

$$T_1=17\text{ °C}+273=290\text{ K}$$

$$P_1=100\text{ kPa}$$

$$P_2=5\text{ bar}=500\text{ kPa}$$

$$P_3=1,5\text{ MPa}=1500\text{ kPa}$$

1-2 arasında adyabatik (sabit entropi) hal değişimi var;

$$W_{12} = \int_1^2 P \cdot dV = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{1 - k} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_2 = 290 \cdot \left(\frac{500}{100}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 459,3\text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{0,287(290 - 459,3)}{1 - 1,4} \rightarrow W_{12} = -121,47\text{ kJ/kg}$$

Adyabatik hal değişiminde ısı geçişi yoktur ve hal değişimi sabit entropide gerçekleştiğinden entropi değişimi sıfırdır.

$$q_{12} = 0\text{ izentropik ve } \Delta_{12} = 0\text{ (Sabit entropi)}$$

2-3 arasında sabit hacim hal değişimi var;

$$W_{23} = \int_2^3 P \cdot dV = 0\text{ (sabit hacim iş yoktur)}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow \frac{1500}{500} = \frac{T_3}{459,3} \rightarrow T_3 = 1377,9\text{ K}$$

$$q_{23} - w_{23} = \Delta u_{23}$$

$$q_{23} = c_V(T_3 - T_2) = \frac{R}{k - 1}(T_3 - T_2) = \frac{0,287}{1,4 - 1}(1377,9 - 459,3) \rightarrow q_{23} = 659,093\text{ kJ/kg}$$

Entropi değişimi

$$\Delta S_{23} = c_V \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{0,287}{1,4 - 1} \ln \left(\frac{1377,9}{459,3}\right) = 0,78825\text{ kJ/kgK}$$

Soru 4.2: Kapalı bir kaptaki başlangıçta 157 °C'de ve 0,5 MPa basınçtaki hava izantropik olarak 1 bar basınca kadar genişletilmektedir. Daha sonra sabit hacimde ilk basınca ulaşmaya kadar ısıtılmaktadır. Buna göre her bir işlem için yapılan özgül işi, ısı transferini ve entropi değişimini hesaplayınız? ($k=1,4$; $R=0,287$ kJ/kgK)

Çözüm 4.2:

$$T_1=157\text{ °C}+273=430\text{ K}$$

$$P_1=0,5\text{ MPa}=500\text{ kPa}$$

$$P_2=1\text{ bar}=100\text{ kPa}$$

$$W_{12} = \int_1^2 P \cdot dV = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{1 - k} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_2 = 430 \cdot \left(\frac{100}{500}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 271,8\text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{0,287(271 - 430)}{1 - 1,4} \rightarrow W_{12} = 113,5 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{12} = 0 \text{ izentropik ve } \Delta_{12} = 0 \text{ (Sabit entropi)}$$

2-3 arasında sabit hacim hal değişimi var;

$$W_{23} = \int_2^3 P \cdot dV = 0 \text{ (sabit hacim iş yoktur)}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow \frac{500}{100} = \frac{T_3}{271,8} \rightarrow T_3 = 1359 \text{ K}$$

$$q_{23} - w_{23} = \Delta u_{23}$$

$$q_{23} = c_v(T_3 - T_2) = \frac{R}{k-1}(T_3 - T_2) = \frac{0,287}{1,4-1}(1351 - 271,8) \rightarrow q_{23} = 780,06 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta S_{23} = c_v \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{0,287}{1,4-1} \ln \left(\frac{1351}{271,8} \right) = 1,15 \text{ kJ/kgK}$$

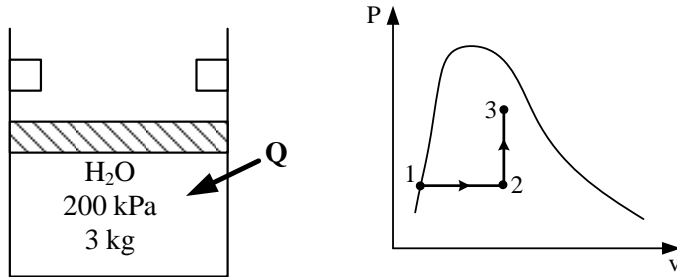
Soru 4.3: Bir piston silindir düzeneğinde başlangıçta 200 kPa basınçta doymuş sıvı halinde 3 kg su bulunmaktadır. Daha sonra suya ısı geçişi olmakta, suyun bir bölümü buharlaşmakta ve piston yükselmektedir. Hacim 60 L olduğunda piston durduruculara dokunmaktadır. Isıtma işlemi basınç ilk haldeki basıncın iki katı oluncaya kadar devam etmektedir. Buna göre:

- Hal değişiminin P-v diyagramını çiziniz?
- Son halde sistemin sıvı fazındaki kütlelerini,
- Hal değişimi sırasında yapılan toplam işi ve ısı geçişini hesaplayınız?

Çözüm 4.3:

a)

$P_1 = 200 \text{ kPa}$ doymuş sıvı, Tablo A-5 doymuş su basınç tablosundan $v_1 = v_f = 0,001061 \text{ m}^3/\text{kg}$, $u_1 = u_f = 504,49 \text{ kJ/kg}$



$$v_3 = \frac{V_3}{m} = \frac{0,06}{3} = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$P_3 = 400 \text{ kPa}$ ve $v_3 = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$ için doymuş su basınç tablosundan;

$$v_f = 0,001084 \text{ m}^3/\text{kg}, v_g = 0,4625 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_f = 604,31 \text{ kJ/kg}, u_{fg} = 194,93 \text{ kJ/kg},$$

$$x_3 = \frac{v_3 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0,02 - 0,001084}{0,4625 - 0,001084} = 0,041$$

$$x = \frac{m_g}{m} \text{ ve } m = m_f + m_g \text{ ise;}$$

$$m_f = m(1 - x_3) = 3(1 - 0,041) = 2,877 \text{ kg}$$

c)

Son hal : doymuş sıvı – buhar karışımı

400 kPa basınçta $T_3 = T_{doyma} = 143,63 \text{ }^\circ\text{C}$

$$W_{12} = \int_1^2 P.dV = P(V_2 - V_1) = m.P(v_2 - v_1)$$

$$W_{12} = 3.200(0,02 - 0,001) = 11,4 \text{ kJ}$$

$$W_{23} = 0 \quad (V = \text{sabit olduğundan})$$

$$u_3 = u_f + x_3(u_{fg}) = 604,31 + 0,041(1949,3) = 684,23 \text{ kJ / kg}$$

Enerjinin korunumu :

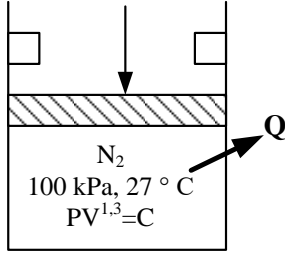
$$Q - \dot{W}_q - \dot{W}_s = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_s = 3(684,23 - 504,49) + 11,4$$

$$Q = 550,6 \text{ kJ}$$

Örnek 4.4: Bir piston silindir düzeneğinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 27 °C sıcaklıkta 0,8 kg azot gazı bulunmaktadır. Daha sonra azot $PV^{1,3}=\text{sabit}$ bağıntısına uygun politropik bir hal değişimiyle, hacmi yarı yarıya azalınca kadar sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan işi ve ısı geçişini hesaplayınız?

Çözüm 4.4:



$$P_2.V_2^{1,3} = P_1.V_1^{1,3} \rightarrow P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1,3} P_1$$

$$P_2 = 2^{1,3}.100 = 246,2 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1 = \frac{246,2}{100} 0,5.300$$

$$T_2 = 369,3 \text{ K}$$

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{m.R(T_2 - T_1)}{1-n}$$

$$W_s = \frac{0,8.0,2968(369,3 - 300)}{1-1,3} = -54,8 \text{ kJ}$$

Termodinamiğin 1.yasası

$$Q - \dot{W}_q - W_s = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_s$$

$$Q = m.c_v(T_2 - T_1) + W_s = 0,8.0,744(369,3 - 300) + (-54,8) = -13,6 \text{ kJ}$$

Örnek 4.5: Sıcaklığı 1227 °C, hacmi 2 L olan bir gaz, sabit basınçta 1727 °C sıcaklığa kadar ısıtılmaktadır. Özgül ısıların $c_p=1,04 \text{ kJ/kgK}$, $c_v=0,749 \text{ kJ/kgK}$ olması durumuna göre gazın son hacmini ve yapılan işi hesaplayınız?

Çözüm 4.5:

P= sabit

$$T_1 = 1227 \text{ C} + 273 = 1500 \text{ K}$$

$$T_2 = 1727 \text{ C} + 273 = 2000 \text{ K}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow V_2 = 0,002 \frac{2000}{1500} \rightarrow V_2 = 0,00266 \text{ m}^3$$

Yapılan iş

$$W_{12} = P(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

$$R = c_p - c_v = 1,04 - 0,749 = 0,291 \text{ kJ / kgK}$$

$$W_{12} = 0,291(2000 - 1500) = 145,5 \text{ kJ / kg}$$

Soru 4.6: Bir silindir içinde çevre şartlarında 1 bar basınç ve 25 °C sıcaklıkta bulunan gaz önce sabit sıcaklıkta sıkıştırılarak basıncı 7 bar a yükseltiliyor. Sonra adyabatik olarak ilk basınca kadar genişletiliyor. Her hal değişimi tersinir olduğuna göre;

a) P-v ve T-s diyagramlarını çiziniz?

b) Gaz He olduğuna göre son sıcaklığı, birim kütle için iş ve entropi değişimlerini hesaplayınız?

Çözüm 4.6:

Verilenler

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 7 \text{ bar} = 700 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 25 \text{ °C} + 273 = 298 \text{ K}$$

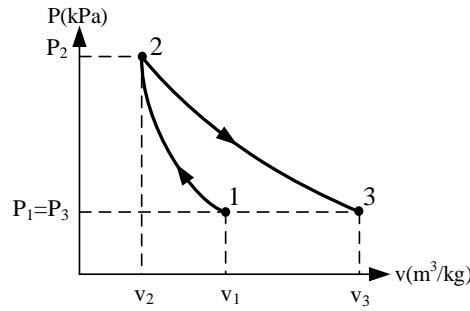
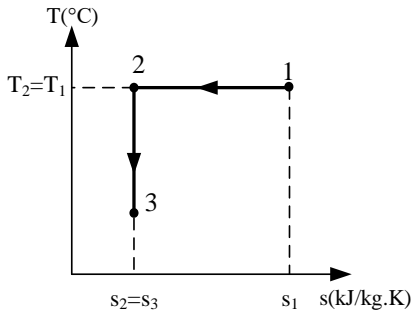
$$R = c_p - c_v = 5,19 - 3,11 = 2,078 \text{ kJ / kgK}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5,19}{3,11} = 1,669$$

He için

$$c_v = 3,11 \text{ kJ/kgK}$$

$$c_p = 5,19 \text{ kJ/kgK}$$



Son sıcaklık

$$\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_3} \rightarrow \left(\frac{7}{1}\right)^{\frac{1,669-1}{1,669}} = \frac{298}{T_3} \rightarrow T_3 = 136,6 \text{ K}$$

$$W_{12} = R.T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = R.T_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = 2,078.298 \ln \frac{1}{7} = -1205 \text{ kJ / kg}$$

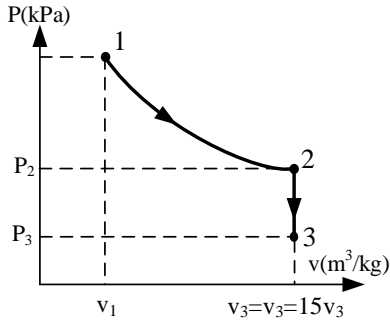
$$W_{23} = \frac{P_2.V_2 - P_3.V_3}{k-1} = \frac{R(T_2 - T_3)}{k-1} = \frac{2,078(298 - 136,6)}{1,669 - 1} = 501,33 \text{ kJ / kg}$$

$$\Delta S_{12} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2} = 2,078 \ln \frac{1}{7} = -4,043 \text{ kJ / kg.K}$$

$$\Delta S_{23} = s_3 - s_2 = 0$$

Örnek 4.7: Bir ideal gaz başlangıçta 2500 °C sıcaklık ve 45 bar basınçtır. Bu gaz önce tersinir adyabatik olarak hacmi ilk hacminin 15 katı oluncaya kadar genişletiliyor. Daha sonra sabit hacimde soğutulurak basıncı 1,2 bar a düşürülüyor. İşlemi P-v diyagramında gösteriniz? 1 kg gaz için her iki işlem sırasında iş ve ısı alışverişini hesaplayınız? ($c_p=1$ kJ/kgK ve $c_v=0,75$ kJ/kgK)

Çözüm 4.7:



$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1}{0,75} = 1,33$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \rightarrow T_2 = 2773 \left(\frac{V_1}{15V_1}\right)^{1,33-1} \rightarrow T_2 = 1134,6 \text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{m \cdot R(T_1 - T_2)}{k - 1} = \frac{1,0,25(2773 - 1134,6)}{1,33 - 1} = 1241,21 \text{ kJ / kg}$$

$Q_{12} = 0$ adyabatik hal değişimi olduğundan

$W_{23} = 0$ sabit hacim hal değişimi

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T \rightarrow v_1 = R \frac{T_1}{P_1} = 0,25 \frac{2773}{4500} = 0,154 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_2 = 15v_1 = 15 \cdot 0,154 \rightarrow v_2 = v_3 = 2,31 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

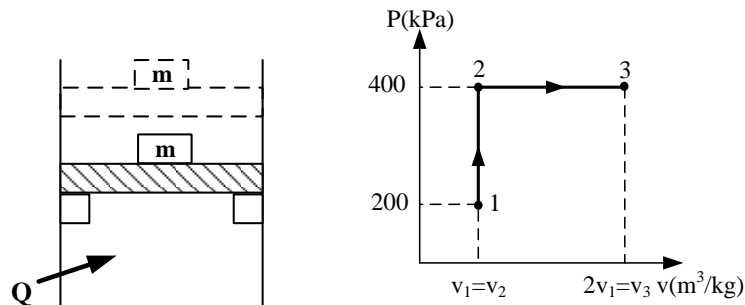
$$P_1 \cdot v_1^k = P_2 \cdot v_2^k \rightarrow P_2 = 4500 \left(\frac{0,154}{2,31}\right)^{1,33} = 122,7 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow T_3 = 1134,6 \frac{100}{122,7} = 922,44 \text{ K}$$

$$Q_{23} = m \cdot c_v(T_3 - T_2) = 1,0,25(922,44 - 1134,6) = -159,23 \text{ kJ / kg}$$

Örnek 4.8: Bir piston silindir sisteminde başlangıçta 200 kPa, $T_1=300$ K'de $m=3$ kg hava varken, ağırlıklı piston takozlara oturmuş durumdadır. Pistonu yukarı hareket ettirmek için 400 kPa basınca gerek vardır. Daha sonra havaya ısı geçişi olmakta ve hacim 2 katına çıkmaktadır. Yapılan işi ve ısı geçişini hesaplayınız? ($R=0,287$ kJ/kgK)

Çözüm 4.8:



$$W_{12} = \int_1^2 P.dV = 0$$

$$W_{23} = \int_2^3 P.dV = P(V_3 - V_2)$$

$$P_1.V_1 = m.R.T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m.R.T_1}{P_1} = \frac{3.0,287.300}{200} \rightarrow V_1 = 1,29 \text{ m}^3 = V_2$$

ve

$$V_3 = 2.1,29 = 2,58 \text{ m}^3$$

yapılan net iş :

$$W_{12} + W_{23} = P(V_3 - V_2) = 400(2,58 - 1,29) = 516 \text{ kJ}$$

I.Yol

$$\Sigma Q = Q_{12} + Q_{23} = m.c_v(T_2 - T_1) + m.c_p(T_3 - T_2)$$

II.Yol

$$Q - W = \Delta U$$

$$Q = m(U_{son} - U_{ilk}) + W_{net}$$

$$P_3.V_3 = m.R.T_3$$

$$400.2,58 = 2.0,287.T_3 \rightarrow T_3 = 1198 \text{ K} \approx 1200 \text{ K}$$

$$\left. \begin{array}{l} U_{300} = 214,07 \text{ kJ / kg} \\ U_{1200} = 933,33 \text{ kJ / kg} \end{array} \right\} \text{Havanın termodinamik özellikleri tablosundan}$$

$$T_{ilk} = 214,07 \text{ K ve } T_{son} = 933,33 \text{ K}$$

$$Q = 3.(933,33 - 214,07) + 516$$

$$Q = 2674 \text{ kJ}$$

Örnek 4.8:

10 bar basınçtaki 0,2 m³ hava, sızdırmaz ve sürtünmesiz bir piston-silindir düzeninde hacmi 0,8 m³ oluncaya kadar genişletilmektedir. İşlem sırasında sıcaklık sabit kaldığına göre son basıncı ve yapılan işi hesaplayınız?

Çözüm 4.8:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} = \frac{1000.0,2}{0,8} = 250 \text{ kPa}$$

$$P_1.V_1 = m.R.T_1 \rightarrow T_1 = \frac{P_1.V_1}{m.R} = \frac{1000.0,2}{1.0,287} = 696,86 \text{ K}$$

$$W_{12} = m.R.T \ln \frac{V_2}{V_1} = 1.0,287.696,86 \ln \frac{0,8}{0,2} = 277,25 \text{ kJ / kg}$$